Math. U.
13.m

Math. U. 13 m

Bartl

Math. U.
13m

Praktische Anleitung zur Bildung des Verstandes

von

Franz Konrad Bartl,
Professor der Mathematik zu Olmütz.

Wien,
gedruckt, bey Joh. Thom. Edlen von Trattnern,
kaiserl. königl. Hofbuchdruckern und Buchhändlern.
1785.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Vorrede.

So viel man durch die Erfahrung weiß, und aus dem Wesen des menschlichen Verstandes darthun kann, so lernt man die Regeln des richtigen Denkens nicht leichter vollkommen begreifen, und ohne Fehler ausüben, als wenn man mathematische Beweise begreifen lernt, und dabey untersucht, wie der menschliche Geist denkt, wenn er durch Schlüsse zur Gewißheit gelangt.

Dieser Wahrheit zufolge hielt ich es für überaus nützlich, einen Fingerzeig zu geben, wie man die Logik mit der Mathematik verbinden, oder die Regeln des richtigen Denkens von anpassenden Beyspielen abziehen könne.

Ich hab in gegenwärtiger Anleitung ungefähr so viel davon angebracht, als man vor der Philosophie erlernen sollte, und nur die ersten und leichtesten Gründe der Arithmetik und Geometrie dazu gewählt, weil man anfänglich, da man im Nachdenken noch gar nicht geübt ist, nicht leicht längere Reihen von Schlüssen übersehen kann.

Olmütz den letzten August
1785.

der Verfasser.

Vorbericht.

Von den Wirkungen des Verstandes.

1. Die Erfahrung lehrt, daß wir uns Dinge in Gedanken vorstellen können, die wir empfunden, oder durch Nachdenken herausgebracht haben. Diese Vorstellungen nennt man Begriffe, und theilt sie in klare und dunkle ein, je nachdem sie hinlänglich oder nicht hinlänglich sind, die vorkommenden Dinge zu unterscheiden.

Wer z. B. die vorkommenden Diamanten von andern ähnlichen Steinen unterscheidet, der hat ei-

---

I. Man kann die Vorstellungen der Dinge füglich in körperliche und unkörperliche eintheilen, weil jede Sache, die sich die Seele vorstellt, auch im Körper vorgestellt wird. Die Abbildung der sichtbaren Gegenstände im Auge ist ein Beyspiel einer körperlichen, und die Vorstellung, welche sich die Seele da-

bey

einen klaren Begriff von Diamanten; wer aber englisch Zinn für Silber hält, der hat einen dunkeln Begriff von beyden.

2. Die klaren Begriffe, worinn man den Unterschied angeben kann, nennt man deutliche, und worinn man den Unterschied nicht angeben kann, undeutliche, verwirrte oder konfuse Begriffe.

Der Begriff, welcher (2. §. 2. K.) ausgedrückt wird, ist ein Beyspiel eines deutlichen, und der Begriff von der rothen Farbe ein Beyspiel eines undeutlichen Begriffes.

3. In deutlichen Begriffen sind die Merkmaale entweder hinlänglich, oder nicht hinlänglich, die Dinge in allen Umständen zu unterscheiden. Im ersten Falle nennt man sie ausführlich, und im zweyten Falle unausführlich.

Der

---

bey macht, ein Beyspiel einer unkörperlichen Vorstellung.

II. Die Vorstellungen, welche sich die Seele von sichtbaren Gegenständen macht, sind klärer oder dunkler, deutlicher oder undeutlicher, kleiner oder grösser u. s. w., je nachdem das Bild im Auge klärer oder dunkler, deutli-

Der Begriff eines Bethauses ist ausführlich, wenn man sich solches als ein Gebäude vorstellt, welches dem Dienste Gottes gewidmet ist, und unausführlich, wenn man kein anders Merkmaal angeben kann, als daß es ein Gebäude ist.

4. Sowohl die ausführlichen als unausführlichen Begriffe sind entweder vollständig oder unvollständig. **Vollständig** ist unser Begriff, wenn wir von Merkmaalen wieder deutliche Begriffe haben, und **unvollständig**, wenn wir von Merkmaalen nur undeutliche Begriffe haben.

Der Begriff von einer Uhr ist vollständig, wenn man sich dieselbe als eine Maschine vorstellt, welche die Zeit anzeigt, und wieder weiß, daß eine Maschine ein künstliches Werkzeug ist, eine Bewegung leichter geschwinder oder bequemer hervorzubringen.

---

licher oder undeutlicher, kleiner oder grösser ist u. s. w. Bildet sich z. B. eine Rose deutlich im Auge ab, so macht sich die Seele eine deutliche Vorstellung von einer Rose, und bildet sich ein Gebäude *a* im Auge grösser ab, als ein Gebäude *b*, so stellt sich die Seele dieses kleiner, und jenes grösser vor.

5. Ein **Urtheil** ist die Verbindung oder Trennung zweyer oder mehrerer Begriffe. Der Begriff, mit dem der andere verbunden, oder von dem der andere getrennt wird, heißt das **Subjekt**, und der Begriff, der mit dem Subjekte verbunden, oder von demselben getrennt wird, das **Prädikat**.

Wenn man denkt, dieses Gebäude ist schön, jenes Gebäude ist nicht schön, so urtheilt man. In beyden Fällen ist der Begriff des Gebäudes das Subjekt, und der Begriff der Schönheit das Prädikat.

6. Ein **Schluß** ist die Art, aus zweyen Urtheilen ein drittes heraus zu bringen. Die Urtheile, aus welchen ein drittes heraus gebracht wird, nennt man die **Prämissen**

III. Vermög dieses Gesetzes bringt die Seele einerley Vorstellungen der sichtbaren Gegenstände hervor, wenn einerley Bilder im Auge abgemalt werden, und verschiedene, wenn verschiedene Bilder im Auge abgemalt werden. Fallen z. B. Lichtstralen *ab*, *ad* (1 fig.) in das Aug, so nehmen sie den Weg *abmc*,

missen, und das Urtheil, welches aus den Prämissen heraus gebracht wird, die Folge oder **Konklusion.** Ein Schluß wird **förmlich** genennt, wenn beyde Prämissen ausdrücklich gesetzt werden (4. §. 5. K.) und **verstümpelt,** wenn eine derselben ausgelassen wird (3. §. 5. K.).

7. Eine Reihe Schlüsse, die so mit einander verbunden werden, daß die Folge des nächst vorhergehenden immer eine Prämisse des nächst folgenden wird, heißt eine **Schlußkette.** Sie ist **förmlich** oder **verstümpelt,** je nachdem sie aus lauter förmlichen (XIII. 2. Beysp.) oder verstümpelten (14. §. 2. K.) Schlüssen besteht.

---

abmc, *adnc*, machen in *c* ein Bild, und die Seele stellt sich die Sache in *a* vor. Fallen aber Lichtstralen *af*, *ae* (2 fig.) auf einen flachen Spiegel *pq*, und von diesem in das Aug, so nehmen sie den Weg *afdnk*, *aebmk*, machen in *k* ein Bild, das sie machen würden, wenn sie aus *g* kämen, und die Seele

8. **Erfinden im engen Verstande** heißt Wahrheiten aus andern durch Schlüsse ohne Zuthun eines Dritten heraus bringen, und **Erfinden im weiten Verstande** Wahrheiten auf was immer für eine Art entdecken.

Zu den Erfindungen im weiten Verstande gehört die Entdeckung des Schießpulvers.

9. Die Kraft, sich Dinge deutlich vorzustellen, nennt man den **Verstand**. Er ist **desto vollkommener**, je deutlicher und je ausgebreiteter seine Vorstellungen sind, und je mehr Dinge er sich auf einmal deutlich vorstellen kann.

10. Die Kraft, den Zusammenhang der Dinge einzusehen, nennt man die **Vernunft**

---

le stellt sich die Sache hinter den Spiegel in g vor.

IV. Eben so verhält es sich mit den Vorstellungen der Töne, des Geschmacks, des Geruchs, und des Gefühls, und der Schluß: **Man hat eine Sache auf diese oder jene Art empfunden: also ist sie auf** die-

nunft, die Kraft, Begriffe mit einander zu verbinden oder von einander zu trennen, die **Urtheilskraft**, die Kraft viel, und tief verborgene Merkmaale an Dingen wahrzunehmen, den **Scharfsinn**, die Kraft deutliche Begriffe in andere aufzulösen, den **Tiefsinn**, und die Kraft, Wahrheiten durch Schlüsse zu erfinden, die **Kunst zu erfinden.**

Die Vernunft, Urtheilskraft, Kunst zu erfinden, der Scharfsinn und Tiefsinn werden auch Kräfte des Verstandes genennt; und sind eigentlich nichts anders als verschiedene Grade des Verstandes.

11. Der Verstand heißt **rein**, wenn er lauter deutliche, und **unrein**, wenn er nicht lauter deutliche Vorstellungen hat.

Die

---

diese oder jene Art, hat nicht immer seine Richtigkeit, gleich wie der Schluß: **Ein Mann von Ansehen hat es gesagt: also ist es wahr**, nicht immer seine Richtigkeit hat. Ein Stecken scheint oft im Wasser gebogen, der doch gerad ist, und die Mathematik ist das beßte Mittel, den Verstand zu bilden,

wenn

Die Vernunft ist **lauter**, wenn man den Zusammenhang der Dinge so einsieht, daß man keine Wahrheit aus der Erfahrung annehmen darf, und **mit der Erfahrnng vermischt**, wenn man auch Wahrheiten aus der Erfahrung annehmen muß.

In der reinen Mathematik kann der Verstand rein, und die Vernunft lauter werden (XVIII.); in der angewandten Mathematik aber muß man am Ende bey sinnlichen Begriffen und richtigen Erfahrungen stehen bleiben.

12. **Die Bildung des Verstandes** besteht in der Anwendung der Mittel, zu einem immer höhern Grad der Vollkommenheit des Verstandes zu gelangen. Die höchste Vollkommenheit des Verstandes kann kein eingeschränkter Geist erreichen.

Prak=

---

wenn auch Männer von Ansehen das Gegentheil sagen. Wann Erfahrung und Autorität ungezweifelte Gründe sind, läßt sich hier nicht ausmachen, weil diese wenige Blätter nur zu einiger Entwicklung des Wegs, durch Schlüsse zur Gewißheit zu gelangen, bestimmt sind.

Praktische Anleitung
zur
Bildung des Verstandes.
Erstes Kapitel.

1. Was einer Vermehrung oder Verminderung fähig ist, nennt man eine Grösse, und die Wissenschaft, welche von Grössen handelt, die Mathematik.

Man pflegt die Mathematik in die reine und angewandte Mathematik einzutheilen. In dieser be-

---

I. Worte sind Zeichen, wodurch wir zu erkennen geben, was wir uns in Gedanken vorstellen, und werden von einem andern verstanden, wenn er sich eben diese Sache dabey vorstellt, die wir dadurch zu erkennen geben wollen. Die Sache, welche man durch die Worte zu erkennen giebt, heißt ih-

betrachtet man die Grösse mit andern Eigenschaften der Sache verbunden, und in jener dieselbe von den übrigen Eigenschaften der Sache abgesondert.

2. **Eine Größe** wird **stätig** genennt, wenn ihre Theile so zusammenhängen, daß der eine gleich dort anfängt, wo der andere aufhört, und zwischen des einem Ende und Anfange des andern nichts ist, was nicht zu dieser Grösse gehörte (Kästn.), und **unstätig**, wenn beydes, oder eines von beyden nicht ist.

3. Das Aeussere einer Sache, oder das, wo sie aufhört, nennt man ihre **Gränze** (Kästn.), und eine stätige Grösse, die nach allen Seiten ausgedehnt ist, und Gränzen hat, einen **geometrischen Körper**. Die Gränzen, die ein mathematischer Körper der Länge und Breite nach hat, nennt man

---

ihre **Bedeutung**, und eine Rede, worinn die Worte in verschiedener Bedeutung genommen werden, ein **Wortstreit**. Er entsteht, wenn man die Bedeutung der Worte nicht bestimmt, und kann daher nicht anders, als durch eine genaue Bestimmung der Bedeutung der Worte vermieden werden.

man Flächen, die Gränzen, welche eine Fläche der Länge oder Breite nach hat, Linien, und den Anfang oder das End einer Linie einen **Punkt**.

Der Raum, den ein viereckigter polirter Marmorstein ausfüllt, ist ein sinnliches Bild eines mathematischen Körpers, sein Aeusseres, oder das, was ihn nach allen Seiten umgiebt, ein sinnliches Bild von Flächen, das Aeussere seiner Flächen ein sinnliches Bild von Linien, und das End seiner Linien ein sinnliches Bild von einem Punkte.

Man kann eine Linie aufhören lassen, wo man will, daher kann man in einer Linie überall Punkte denken. Es ist aber einerley, ob man in einer Linie überall Punkte denkt, oder sich vorstellt, daß ein Punkt bewegt wird; also kann man denken, eine Linie entsteht, wenn ein Punkt bewegt wird, und sinnliche Bilder von Linien zeichnen, wenn man die Spitze eines Bleystiftes oder einer Reiß-

---

II. Eine Rede, wodurch man die Bedeutung eines Wortes genau bestimmt, oder einen ausführlichen Begriff einer Sache ausdrückt, nennt man eine **Erklärung**. Man heißt sie eine **Sacherklärung**, wenn sie die Entstehungsart (3. §. 2. Anmerk. 1. K.), und eine **Worterklärung**, wenn sie andere Merk-

Reißfeder auf dem Papiere fortführt. Man bedient sich bey Erlernung der Mathematik der sinnlichen Bilder, weil man die Sache dadurch erleichtert, kömmt aber mehr der Einbildungskraft, als dem Verstand damit zu Hilfe.

4. Eine gerade Linie ist eine Linie, worinn alle Punkte nach einerley Strecke liegen, und eine krumme Linie, worinn nicht alle Punkte nach einerley Strecke liegen.

In der 5ten Figur ist *a* ein sinnliches Bild einer geraden, und *b* ein sinnliches Bild einer krummen Linie.

5. Gleiche Dinge sind, deren eines statt des andern der Grösse ungeschadet gesetzt werden kann, und ungleiche Dinge, deren eines statt des andern der Grösse ungeschadet nicht gesetzt werden kann.

6.

Merkmaale als die Entstehungsart einer Sache ausdrückt (5. §. 1. K.).

III. In einer Erklärung muß man 1) Merkmaale angeben, die der zu erklärenden Sache allein, und allen darunter enthaltenen Dingen zukommen. 2) Worte anwenden,

den,

6. Eine **Einheit** ist jedes Ding, das mit keinem andern verglichen wird, und eine Zahl, was mit der Einheit so verglichen wird, wie eine gerade Linie mit einer andern (Freyh. v. Wolf.).

Man kann z. B. einen Fuß für sich betrachten, oder mit einer andern Grösse z. B. mit einem Zoll vergleichen. Im ersten Falle ist ein Fuß eine Einheit, und im zweyten Falle eine Zahl.

7. Eine **Grösse messen** heißt eine andere von der nämlichen Art, die man das **Maß** nennt, für die Einheit annehmen, und untersuchen, wie oft diese in jener steckt. Kann die Einheit, oder ein Theil derselben etlichemal genommen der zu messenden Grösse gleich werden, so heißt sie eine **Rationalgrösse**, und eine **Irrationalgrösse**, wenn weder die Einheit noch ein

---

den, die entweder vorher schon erklärt worden sind, oder keine Erklärung nöthig haben, 3) kein Merkmaal wechselweise durch das andere erklären, und 4) Merkmaale angeben, die sowohl für sich möglich sind, als mit andern bestehen können. Die Vergehung wider

ein Theil derselben etlichemal genommen der zu messenden Grösse gleich werden kann.

8. **Zahlen von einerley** Art sind, die sich auf die nämliche Einheit beziehen, und **Zahlen von verschiedener Art**, die sich auf verschiedene Einheiten beziehen.

Zween Gulden und drey Gulden sind Zahlen von einerley Art, weil sich beyde auf die Einheit Gulden beziehen; drey Gulden aber und fünf Zentner sind Zahlen von verschiedener Art, weil sich die erste auf die Einheit Gulden, und die zweyte auf die Einheit Zentner bezieht.

9. Wenn man bis auf zehn gezählt hat, so fange man wieder von neuem an; nur setze man noch hinzu, wie oft es zehn ist. Zwey mal zehn heisse man zwanzig, drey mal zehn dreyssig, vier mal zehn vierzig, fünf mal zehn fünf-

zig,

---

der die dritte Regel nennt man den **Zirkel im Erklären**, und begeht ihn, wenn man eine Stunde durch den vier und zwanzigsten Theil eines Tages, und einen Tag durch eine Zeit von vier und zwanzig Stunden erklärt.

IV. Die Möglichkeit der willkührlichen Begriffe fällt in den meisten Fällen nicht von

sich

zig, sechs mal zehn sechzig, sieben mal zehn siebenzig, acht mal zehn achtzig, neun mal zehn neunzig, und zehn mal zehn hundert. Zehn mal hundert heisse man tausend, tausend mal tausend million, million mal million billion, million mal billion trillion, million mal trillion quadrillion u. s. w.

Weil die Zahl, welche andeutet, wie weit man zählt, eh man wieder von neuem anfängt, willkührlich ist, und also auf unendlich vielerley Art bestimmt werden kann: so sind unendlich viel Arten zu zählen möglich. Ich habe das Wesentliche davon in einer Abhandlung von allen möglichen Arithmetiken gesagt.

10. Zehn niederste Einheiten als eine nächst höhere betrachtet nennt man eine **Zehenheit** oder **Einheit der ersten Ordnung**, zehn Einheiten der ersten

---

sich selbst in die Augen, und muß daher erwiesen werden. Die Möglichkeit einer geraden Linie (4. §. 1. K.), einer Ebene (1. §. 4. K.), eines ebenen Winkels (4. §. 4. K.), einer Peripherie (8. §. 4. K.) u. d. gl. fällt von sich selbst in die Augen. Die Möglichkeit eines Dreyeckes erhellt aus der Mög-

Ordnung als eine nächst höhere betrachtet eine Hundertheit oder **Einheit der zweyten Ordnung**, und zehn Einheiten der zweyten Ordnung als eine nächst höhere betrachtet eine **Tausendheit** oder **Einheit der dritten Ordnung**, u. s. w.

11. **Das Zeichen der Einheit** sey 1; weil aber die Werthe der nächst auf einander folgenden Einheiten verschieden sind (10. §.): so ist es nöthig, ihre Verschiedenheit durch ein besonders Zeichen anzudeuten. **Dieses Zeichen sey die Stelle von der Rechten zur Linken in der Ordnung, in welcher die Einheiten auf einander folgen**, das ist:

1.

---

lichkeit, auf einer Ebene drey Punkte zu nehmen, die nicht in einer geraden Linie liegen, und aus der Möglichkeit, von jedem Punkte zu jedem Punkte eine gerade Linie zu ziehen. Die Möglichkeit der Erklärung einer Zahl (6. §. 1. K.) kann hier nicht vollständig erwiesen werden, weil der Beweis der Mög-

lich-

hundert tauf. mill.	zehn tausend million	— tausend million	— hundert million	— — zehn million	— — — million	— — — hundert tausend	— — — zehn tausend	— — — — tausend	— — — — hundert	— — — — — zehn	— bedeute eins
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

12. Das Zeichen von zwey sey 2, von drey 3, von vier 4, von fünf 5, von sechs 6, von sieben 7, von acht 8, von neun 9, und von der leeren Stelle 0.

13. Das Zeichen der Einheit, ihres Vielfachen, und der leeren Stelle nennt man Ziffern. Die Ziffer, welche die leere Stelle andeutet, heißt man eine Nul-

---

lichkeit, Irrationalzahlen durch Linien auszudrücken, von höhern Gründen abhängt, als in gegenwärtiger Anleitung entwickelt werden konnten. Die Möglichkeit, Rationalzahlen durch Linien auszudrücken, hängt von der Möglichkeit, eine gerade Linie nach Belieben zu verlängern oder zu verkürzen, ab;

le, welche eins andeutet, einen **Einser**, welche zwey andeutet, einen **Zweyer** u. s. w. Die Ziffern, welche die niedersten Einheiten oder ihre Vielfachen ausdrücken, nennt man **Einer**, welche die Einheiten der ersten Ordnung oder ihre Vielfachen ausdrücken, **Zehner** oder **Ziffern der ersten Ordnung**, welche die Einheiten der zweyten Ordnung oder ihre Vielfachen ausdrücken, **Hunderte** oder **Ziffern der zweyten Ordnung**. Die Benennung einiger höherer Ziffern ist im folgenden Verzeichniße enthalten.

Einer
Zehner
Hunderte
Einer }
Zehner } **der Tausende.**
Hunderte }

Ei=

---

denn, wenn man *b* (4. fig.) für die Einheit annimmt, so stellt *c* die Zahl zwey, und *a* die Zahl drey **Viertel** vor.

V. Wenn man zeigt, wie eine Sache entsteht, so zeigt man zugleich, daß sie möglich ist, weil nur das Mögliche entstehen

kann

Einer
Zehner } der Millionen
Hunderte
Einer
Zehner } der Tausend. von Mill.
Hunderte
Einer
Zehner } der Billionen
Hunderte

14. Man kann der Grösse ungeschadet Gleiches statt Gleichen setzen.

15. Alle Theile zusammen genommen sind dem Ganzen gleich, und umgekehrt.

16. Eine Zahl, welche mit Worten gesagt ist, mit Ziffern anschreiben.

---

kann; daher haben die Sacherklärungen keinen besondern Beweis nöthig, gleichwie die Worterklärungen, welche von einzelnen Dingen abgezogen werden, keinen besondern Beweis nöthig haben, weil das Wirkliche auch möglich seyn muß. Aus eben diesem Grunde

Aufl. Man schreibe die Ziffern, welche die mit Worten gesagten Einheiten oder ihre Vielfachen ausdrücken, auf die Stelle, die man (11. §.) für sie bestimmt hat, und fülle die Stellen der Einheiten, die nicht ausgesprochen worden sind, mit Nullen aus.

Bew. Wenn man diese Regeln beobachtet, so schreibt man jeden Theil der ausgesprochenen Zahl recht an, weil man die ausgesprochenen Einheiten und ihre Vielfachen als Theile derselben betrachten kann. Daher schreibt man eine Zahl, welche mit Worten ausgesprochen ist, recht mit Ziffern an, wenn man die Ziffern, welche die mit Worten gesagten Einheiten oder ihre

---

be ist es überflüssig, die Möglichkeit der willkührlichen Begriffe insbesondere zu zeigen, wenn man in der Folge zeigt, wie die willkührlich angenommenen Dinge entstehen oder beschrieben werden können. Die (4 und 5. §. 2. K.) gegebene Begriffe sind möglich, weil (12 und 13 §. 2. K.) gezeigt wird, wie diese willkührlich angenom-

re Vielfachen ausdrücken, auf die Stelle schreibt, die man (11. §.) für sie bestimmt hat (15. §.). Die Stellen der Einheiten, welche nicht ausgesprochen worden sind, füllt man mit Nullen aus, weil die Stellen einen Werth haben.

Wenn man sich das Anschreiben grosser Zahlen erleichtern will, so lerne man jede Zahl, die kleiner als tausend ist, mit drey Ziffern, z. B. drey mit 003, fünfzig mit 050, fünfhundert drey mit 503 anschreiben, und mache nach den Einern der Billionen zwey Strichel, nach den Einern der Tausende von Millionen einen Punkt, nach den Einern der Millionen ein Strichel, und nach den Einern der Tausende einen Punkt. So schreibe man drey billion und fünf mit 3,,000.000,000.005, drey billion sechs tausend million und zwanzig mit 3,,006.000,000.020., und acht million drey tausend mit 8,003.000. u. s. w.

genommenen Zahlen entstehen, und der Beweis, daß eine Senkrechte möglich ist, wäre (1. §. 7. K.) überflüssig, weil (4. §. 7. K.) gezeigt wird, wie sie beschrieben werden kann.

VI. Die leichteste Art, Erklärungen zu machen, ist die Art, sie von einzelnen Dingen abzuziehen. Dieses geschieht, wenn man ver-

17. Eine Zahl, welche mit Ziffern geschrieben ist, mit Worten aussprechen.

Aufl. Man lese von der höchsten Ziffer anzufangen jede Ziffer nach (11. §.) in der Ordnung, in der sie niederwärts auf einander folgen, und beobachte die dabey gewöhnlichen Redensarten.

Bew. Nach den vorgeschriebenen Regeln wird jede Ziffer, und also jeder Theil der Zahl, welche mit Ziffern geschrieben ist, recht ausgesprochen: also u. s. w. (15. §.).

Wenn man von der rechten Hand anzufangen nach den ersten drey Ziffern einen Punkt, nach den zweyten drey Ziffern ein Strichel, u. s. w. wie (16. §.) macht: so kann man sich das Aussprechen grosser Zahlen eben so wie das Anschreiben derselben erleichtern.

Zweytes

---

schiedene einzelne Dinge, die den Namen der zu erklärenden Sache führen, betrachtet, ihre Merkmaale überdenkt, und diese davon in die Erklärung setzt, die der zu erklärenden Sache allein, und allen darunter enthaltenen Dingen zukommen. Auf diese Art ist gefunden worden, daß man ein Bethaus durch

ein

Zweytes Kapitel.

1. **Rechnen** heißt aus zwoen oder mehreren gegebenen Zahlen andere finden, deren Beschaffenheit in Ansehung der gegebenen bekannt ist.

2. **Addiren** heißt aus zwoen oder mehreren gegebenen Zahlen von einerley Art eine dritte finden, die allen gegebenen zusammen genommen gleich ist. Die Zahl, welche durch die Addition gefunden wird, heißt die **Summe**.

3. **Subtrahiren** heißt aus zwoen gegebenen Zahlen von einerley Art eine dritte finden, die mit einer der gegebenen der andern gleich ist. Die Zahl, welche durch die Subtraktion gefunden wird, heißt die **Differenz**.

4.

---

ein **Gebäude, welches dem Dienste Gottes gewidmet ist,** und einen Menschen durch ein **vernünftiges Thier** erklären kann. Man unternimmt diese Arbeit mit desto mehr Leichtigkeit, je mehr man vorher Erklärungen verstanden und beurtheilt hat, und kann also nicht besser als durch das

Nach-

4. Multipliciren heißt aus zwoen gegebenen Zahlen eine dritte finden, worinn eine der gegebenen so oft steckt, als die Einheit in der andern. Die Zahl, welche durch die Multiplikation gefunden wird, heißt das **Produkt**, die multiplicirt wird, der **Mutiplikand**, und womit multiplicirt wird, der **Multiplikator**. Der Multiplikator und Multiplikand heissen mit einem Worte **Faktorn**.

5. Dividiren heißt aus zwoen gegebenen Zahlen eine dritte finden, worinn die Einheit so oft steckt, als eine der gegebenen in der andern. Die Zahl, welche durch die Division gefunden wird, heißt der **Quotient**, welche dividirt wird, der **Dividend**, und womit dividirt wird, der **Divisor**.

6.

Nachdenken über mathematische Erklärungen dazu vorbereitet werden. Die Schwierigkeit, die man anfänglich fühlt, mathematische Erklärungen zu begrifen, rührt daher, weil sie allgemein sind, oder unendlich viele Fälle ausdrücken. Sie kann also in der Arithmetik

durch

6. Das Zeichen der Gleichheit sey =, der Addition +, und des Abzugs —. Das Produkt aus zwoen bestimmten Zahlen, z. B. aus 3 und 4, werde durch 3.4, aus *a* und *b* durch *ab*, und der Quotient, der heraus kömmt, wenn *a* durch *b* dividirt wird, durch $\frac{a}{b}$ angedeutet.

7. Zwo Grössen, die einer dritten gleich sind, sind einander gleich.

8. Wenn man Gleiches zu Gleichem addirt, so kömmt Gleiches heraus.

9. Wenn man Gleiches vom Gleichem abzieht, so kömmt Gleiches heraus.

10.

---

durch Beyspiele, und in der Geometrie durch sinnliche Bilder von Linien Flächen und Körpern zum Theile gehoben werden. Die Erklärung der Multiplikation (4. §. 2. K.) kann durch die Beyspiele A, B, C, D (12. §. 2. K.), die Erklärung der Division (5. §. 2. K.) durch

10. Wenn man Gleiches durch Gleiches multiplicirt, so kömmt Gleiches heraus.

11. Wenn man Gleiches durch Gleiches dividirt, so kömmt Gleiches heraus.

12. Eine Zahl *c* finden, worinn eine von zwoen gegebenen *a* so oft steckt, als 1 in der andern *b*.

Aufl. Man schreibe die gegebene Zahl *a* so oft hin, als 1 in *b* steckt, und mache Addition, so ist die Summe *c* eine Zahl, worinn *a* so oft steckt, als 1 in *b*.

A	$1+1+1+1$	$= 4$
	$6+6+6+6$	$= 24$
B	$1+1+1$	$= 3$
	$5+5+5$	$= 15$

Ad=

---

durch die Beyspiele E, F, G, H (13. §. 2. K), und die Erklärung eines Dreyekes (1. §. 6. K.) durch die sinnlichen Bilder *abc*, *def* (17. fig.) erläutert werden. Im ersten Falle sieht man deutlich, daß 6 so oft in 24 als 1 in 4, 5 so oft in 15 als 1 in 3, 5 so oft in 10 als 1 in 2, und *a* überhaupt so oft in *c* als 1

in

C.	$1+1=2$ $5+5=10$	Addirt man $-a-a$ $-a$, so erhält man eine Zahl $-c$, worinn $-a$ so oft steckt, als 1 in b.
D	$1+1+1..=b$ $a+a+a..=c$	

13. **Eine Zahl *q*. finden, worinn die Einheit so oft steckt, als eine von zwoen gegebenen *b* in der andern *a*.**

Aufl. Man untersuche, wie oft man b nehmen muß, bis es a gleich wird; so ist die Zahl, welche andeutet, wie oft man b nehmen muß, bis es a gleich wird, eine Zahl, worinn die

E	$6+6+6$	$=18$
	$1+1+1$	$=3$
F	$4+4$	$=8$
	$1+1$	$=2$
G	$3+3+3+3$	$=12$
	$1+1+1+1$	$=4$

---

in b enthalten ist; im zweyten Falle, daß 1 so oft in 3 als 6 in 18, 1 so oft in 2 als 4 in 8, 1 so oft in 4 als 3 in 12, und 1 überhaupt so oft in q als b in a enthalten ist; und im dritten Falle, daß die drey Linien ab, bc, ac eine Ebene einschlüssen. Eben diese Beyspiele und sinnlichen Bilder sind ein Mit-

H $b+b+b\ldots = a$ die Einheit so oft
$1+1+1\ldots = q$ steckt, als b in a steckt.

14. **Verschiedene gegebene Zahlen addiren.**

Aufl. 1) Man schreibe die gegebenen Zahlen a, b, c so untereinander, daß die Ziffern von einerley Art untereinander zu stehen kommen, und mache einen Strich darunter.

$$\begin{array}{rl} 4835 & a \\ 427 & b \\ 986 & c \\ \hline 6248 & d \end{array}$$

2) Man zähle von der niedersten Ziffer anzufangen alle Ziffern von einerley Art zusammen, schreibe die niedere Ziffer der Summe unter die Reihe, von der die Summe herrührt, und zähle die höhere zu der Summe der nächst höhern Ziffern; so ist d die Summe der gegebenen Zahlen a, b, c.

Er=

Mittel, Andern ausführliche Begriffe von Dingen beyzubringen.

VII. Ein Satz ist eine Rede, wodurch ein Urtheil ausgedrückt wird. Man nennt ihn einen **Uibungssatz**, wenn er fodert, daß etwas gethan oder gemacht werden soll (14 §. 2. K.), und einen **Erwegungssatz**, wenn er aussagt, daß.

Erläut. Die niedersten Ziffern sind die Einer; also sagt man: 6 und 7 ist 13, und 5 ist 18. Man schreibt 8 unter die Einer, und zählt 1 zu der Reihe der Zehner. Eben so verfährt man mit den übrigen Ziffern, und die völlige Summe d ist $= 6248$.

Bew. Man kann die Zahlen, welche durch die Ziffern von einerley Art ausgedrückt werden, als Theile der Zahlen a, b, c betrachten, und erhält also durch das Zusammenzählen der Ziffern von einerley Art die Summe aller Theile der Zahlen a, b, c; nun ist die Summe aller Theile der Zahlen a, b, c mit der Summe $a + b + c$ einerley (15. §. 1. K.): also erhält man durch das Zusammenzählen der

Zif-

---

daß ein Prädikat einem Subjekte zukömmt oder nicht zukömmt (11 §. 4. K.). In dem letztern unterscheidet man die Auslegung, und in dem erstern die Auflösung von der Aussage. In der Aussage der Uibungssätze wird gesagt, was gethan oder gemacht werden soll, und in der Auflösung derselben, wie es zu

Ziffern von einerley Art die Summe der Zahlen a, b, c. Die höhere Ziffer der Summe jeder Reihe Ziffern wird zu der Reihe der nächstfolgenden gezählt, weil nur Dinge von einerley Art zusammen gezählt werden können.

Wenn man die Ziffern von einerley Art etlichemal in verschiedener Ordnung, z. B. einmal aufwärts und einmal niederwärts zusammen zählt, und jedesmal einerley Summe erhält: so ist es ein Zeichen, daß man ohne Fehler addirt habe: denn es ist $a+b+c=c+b+a=b+a+c$.

15. **Eine kleinere Zahl von einer grösseren abziehen.**

Aufl. Man schreibe die kleinere Zahl b so unter die grössere a, daß die Ziffern von

---

machen ist. (15. §. 2. K.). In der Aussage der Erwegungssätze drückt man den Satz durch blosse Worte, und in der Auslegung derselben durch Linien (14. §. 4. K.) oder andere Zeichen aus (4. §. 3. K.). Man pflegt Deutlichkeit halber sowohl die Auslegung (4. §. 3. K.) als Auflösung (15. §. 2. K.) von

von einerley Art untereinander zu stehen kommen, und mache einen Streich darunter. 2) Man nehme (A) von der niedersten Ziffer anzufangen jede Ziffer der Zahl *b* von der darüberstehenden Ziffer der Zahl *a* weg, und schreibe die Differenz unter die Ziffer, die man abgezogen hat. 3) Ist eine Ziffer der Zahl *b* grösser als die darüberstehende Ziffer (B), so stelle man sich in *a* die nächst höhere Ziffer um 1 vermindert, welches man durch einen Punkt andeutet, und die nächst niedere um 10 vermehrt vor. 4) Ist die nächst höhere Ziffer eine

19863 *a*		
3412 *b*	A	
16451 *c*		

34̇17 *a*		
152 *b*	B	
3265 *c*		

---

von der Aussage abzusöndern. Doch pflegt man Kürze halber die erstere auch mit der Aussage zu verbinden (13. §. 4. K.), auch oft gar wegzulassen (3. §. 5. K.).

VIII. Ein Erwegungssatz, dessen Richtigkeit von sich selbst in die Augen fällt, heißt ein **Grundsatz** (7. §. 2. K.), und ein Erwe-

2·0·0·5 *a*	D
279 *b*	
1726 *c*	

Nulle, so stelle man sich die nächst höhere Ziffer nach den Nullen (D) um 1 vermindert, und die Nullen, welche nach der dritten Regel mit Punkten bezeignet werden, als 9 vor.

Erläut. In A kann jede Ziffer der Zahl *b* von der darüberstehenden Ziffer abgezogen werden; also sagt man: 2 von 3 bleibt 1, 1 von 6 bleibt 5, 4 von 8 bleibt 4, 3 von 9 bleibt 6, nichts von 1 bleibt 1, und die Differenz *c* ist = 1645. In B. kann 5 von 1 nicht abgezogen werden; also stellt man sich 4 als 3 und 1 als 11 vor, und sagt: 2 von 7 bleibt 5, 5 von 11 bleibt 6 u. s. w., und Differenz *c* ist = 3265. In D ist die nächst höhere Ziffer

---

gungssatz, dessen Richtigkeit nicht von sich selbst in die Augen fällt, ein Lehrsatz. (8 und 9. §. 3. K.). Ein Heischesatz oder eine Foderung ist ein Uibungssatz, worinn die Richtigkeit der Auflösung von sich selbst in die Augen fällt (12 und 13. §. 2. K.), und eine

ser eine Nulle: also stellt man sich 2 als 1, und die Nullen als 9 vor, u. s. w.

Bew. Man kann die Zahlen, welche durch die Ziffern von einerley Art ausgedrückt werden, als Theile der Zahlen *a* und *b* betrachten. Daher nimmt man nach den vorgeschriebenen Regeln alle Theile der Zahl *b* von allen Theilen der Zahl *a*, und also die völlige Zahl *b* von der völligen Zahl *a* weg (15. §. 1. K.). Man kann sich die nächst höhere Ziffer um 1 vermindert, und die nächst niedere um 10 vermehrt vorstellen, weil eine nächst höhere Einheit zehn nächst niedere enthält (10 §. 1. K.), und jede Zahl in beliebige Theile zerfällt werden kann. Eine Nulle, welche nach der dritten Regel

---

ne Aufgabe ein Uibungssatz, worinn die Richtigkeit der Auflösung nicht von sich selbst in die Augen fällt (15. §. 2. K.) In Heischesätzen läßt man die Auflösung meistens weg, weil sie eben so leicht als ihre Richtigkeit von sich selbst in die Augen fällt. (10. §. 4. K.).

mit einem Punkte bezeichnet ist, bedeutet 9, weil sie um 10 vermehrt, und wieder um 1 vermindert ist.

Wenn man die Differenz *c* zu der Zahl *b*, welche abgezogen worden ist, addirt, und eine Zahl erhält, die *a* gleich ist: so ist es ein Zeichen, daß man ohne Fehler subtrahirt habe; denn es ist $c + b = a$ (3. §.).

16. Das Einmaleins aufsetzen.

Aufl. Man ziehe 10 Linien, und durch diese 10 andere, damit man 9 Reihen bekömmt, deren jede 9 Fächer enthält. In das erste Fach der ersten Reihe setze man 1, in das zweyte $1 + 1 = 2$ in das dritte $1 + 1 + 1 = 3$. u. s. w. bis $1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1. = 9$. In das erste Fach der zweyten Reihe setze man

---

IX. Eine Rede, die willkührliche Zeichen ausdrückt, heißt eine Hypothese (6. §. 2. K.), ein Satz, der aus einem andern leicht folgt, ein Zusatz (14. §. 4. K.), und eine Rede, worinn Erklärungen, Lehrsätze, oder Aufgaben erläutert oder angewandt werden u. d. gl., eine Anmerkung (6 und 8 §. 1. K.).

X.

man 2, in das zweyte 2 + 2 = 4 in das dritte 2+2+2 = 6 u. s. w. bis 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 18. In

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

das erste Fach der dritten Reihe setze man 3, in das zweyte 3 + 3 = 6, in das drit-

X. Die Verbindung der Schlüsse, woraus man die Richtigkeit eines Lehrsatzes erkennt, nennt man den **Beweis** eines **Lehrsatzes**, und die Verbindung der Schlüsse, woraus man die Richtigkeit der Auflösung einer Aufgabe erkennt, den **Beweis** einer **Aufgabe**. Beyde werden in soweit gründ-

lich

te 3+3+3=9, u. s. w. bis 3+3+3+3+3+3+3+3+3=27. Eben so verfahre mit den Fächern der übrigen Reihen, so hat man das Einmaleins aufgesetzt.

Bew. Das Einmaleins ist eine Tafel, worinn alle mögliche Produkte der Zahlen, die mit einer Ziffer geschrieben werden, enthalten sind; nun erhält man auf die vorgeschriebene Art eine Tafel, worinn alle Produkte dieser Zahlen enthalten sind. (12. §.); also erhält man das Einmaleins, wenn man nach den vorgeschriebenen Regeln verfährt.

Wenn eine Ziffer einer höhern Ordnung mit einem Einer multiplicirt wird; so ist das Produkt von

---

lich genennt, in wie weit ihre Prämissen, deren Richtigkeit nicht von sich selbst in die Augen fällt, durch neue Schlüsse erwiesen werden, und heissen eine Demonstration, wenn man diese Zergliederung so lang fort setzen kann; bis man auf mögliche Er-

von der Ordnung des höhern Faktors: denn es ist derselbe so vielmal genommen, als der Einer anzeigt z. B. 9000. 7 = 9. 7. 1000 = 63000. Ist der andere Faktor auch eine höhere Ziffer, so wird das Produkt so vielmal höher, als es wäre, wenn dieser Faktor ein Einer wäre, so vielmal der Faktor höher ist. Z. B. eine Zahl mit mit 3000 multiplicirt ist 1000 mal soviel, als mit 3 multiplicirt. Folglich ist 9000. 700 unstreitig 100mal soviel als 9000. 7. Eine Ziffer wird aber um soviel Ordnungen erhöht, soviel man Nullen zu ihrer Rechten schreibt (11. §. 1. K.): also müssen die Nullen, die an 7 zur Rechten stehen, noch an das Produkt 9000. 7 geschrieben werden. Das Produkt 9000. 7 aber wäre 7. 9 mit soviel Nullen als an 9 stehen; also ist 9000. 700 soviel als 9. 7 mit soviel Nullen als an 9 und 7 zusammenstehen. Das ist zwo Ziffern, deren jede Nullen zur Rechten hat, multipliciren, heißt die beyden Ziffern als Einer multipliciren, und an das Produkt rechter Hand so viel Nullen schreiben als an beyden Ziffern zusammen stehen. Dieses zeigt, wie das Einmaleins alle Zahlen zu multipliciren zulänglich ist. (Kästn.).

Erklärungen, Grundsätze und Heischesätze kömmt.

XI. Die Beweise der ersten Lehrsätze und Aufgaben sind zwar in sich die leichtesten, weil sie aus Schlüssen bestehen, deren Prämissen Erklärungen, Grundsätze oder Heischeschätze sind

17. Eine gegebene Zahl durch eine andere multipliciren.

Aufl. Wenn der Multiplikator aus einer Ziffer besteht (A), so multiplicire man mittelst des Einmaleins von der niedersten Ziffer anzufangen jede Ziffer des Multiplikands *a* mit *b*, schreibe die niedere Ziffer des Produktes unter die Ziffer, von der das Produkt herrührt, und zähle die höhere Ziffer zu dem nächst höhern Produkte 2) Wenn der Multiplikator aus mehreren Ziffern besteht (B), so multiplicire man *a* mit jeder

A	4578 *a*
	3 *b*
	13734 *c*

(17. §. 2. K.); sie kommen aber Anfängern doch am schweresten vor, weil sie damit anfangen müssen, allgemeine Wahrheiten einzusehen. Man kann sich also die Sache um etwas erleichtern: wenn man die ersten Beweise von einzelnen Fällen, z. B. den Beweis der Multiplikation (17. §. 2. K.), von den Bey-

B $\begin{array}{r} 4578\,a \\ 203\,b \\ n+m \\ \hline 13734\,c \\ 915600\,d \\ \hline 929334\,e \end{array}$	der Ziffer des Multiplikators *m* und *n*, und addire die Produkte *c* und *d* zusammen, so ist *c* + *d* oder *e* das völlige Produkt.

Erläut. In A besteht der Multiplikator aus einer Ziffer; daher sagt man: 3 mal 8 ist 24, setzt 4 unter 8, und zählt 2 zu 3 mal 7. Eben so verfährt man mit den übrigen Ziffern, und *c* ist = 13734. In B besteht der Multiplikator aus mehreren Ziffern; also multiplicirt man 4578 erstens mit 3, zweytens mit 200, und addirt 915600 zu 13734. Man sagt nicht 200 mal

---

Beyspielen A und B, und den Beweis der Division (18. §. 2. K) von den Beyspielen C und D abzieht, oder vor dem allgemeinen Beweise auf folgende Art schließt: 1) wenn man (Beysp. A) jede Ziffer der Zahl 4578 mit 3 multiplicirt, so nimmt man 8 + 70 + 500 + 4000 3 mal: nun ist 8 + 70 + 500 +

mal 8 ist 1600: weil man 16 unter die Hunderte setzt.

Bew. I. Fall. Es ist (laut Operation) jede Ziffer von *a* *b*mal genommen worden; also steckt jeder Theil von *a* *b*mal in *c* (12. §.): nun sind alle Theile von *a* dem *a* gleich (15. §. 1 K.): also steckt *a* *b*mal in *c* oder so oft als 1 in *b*. II. Fall. Es steckt (laut I. Falls) *a* in *c* *m*mal, in *d* *n*mal, also in $c+d$ *m*mal + *n*mal: nun ist $c+d=e$ (2. §.), und $m+n=b$ (15. §. 1. K.): also steckt *a* *b* mal in *c* oder so oft als 1 in *b*.

Weil jede Zahl in beliebige Theile z. B. 203 in 101 und 102 zerlegt werden kann: und gleiche Produkte herauskommen, wenn Gleiches durch Gleiches multiplicirt wird: so kann man die Multiplikation

---

+4000=4578 (15. §. 1. K.); also nimmt man 4578 3mal, oder erhält eine Zahl 13734, worinn 4578 3mal steckt. (12 §. 2. K.); 2) es steckt (laut Beysp. A) 4578 (Beysp. B.) in 13734 3mal, in 915600 200 mal: also in 13734+915600 zusammen 200 mal + 3 mal; nun ist 13734 +

tion prüfen, wenn man den Multiplikator in andere Theile zerlegt als seine Ziffern andeuten, und die Produkte mit einander vergleicht.

18. Eine grössere Zahl durch eine kleinere dividiren.

Aufl. Man untersuche in wievlel höchsten Ziffern des Dividends *b* der Divisor *a* steckt, und wie oft er darinn steckt. Das Letztere geschieht wenn man mittelst des Einmaleins untersucht, wie oft die höchste Ziffer des Divisors

a	*b*	*c*
6	9474	1000 *d*
i	= 6000	500 *e*
n	= 3474	70 *f*
k	= 3000	9 *g*
o	= 474	1579 *h*
l	= 420	C.
p	= 54	
m	= 54	
	=	

+ 915600 = 92334 (2. §. 2. K.), und 200+3=203; also steckt 4578 in 929334 203mal oder so oft als 1 in 203; 3) es steckt 6 (Beysp. C) in 6000 1000mal, in 3000 500mal, in 420 70mal, in 54 9mal, also in 6000 + 3000 + 420 + 54 zusammen 1000 mal + 500 mal + 70 mal + 9 mal; nun

visors von einer oder zwoen höchsten Ziffern des Dividends abgezogen werden kann. 2) Man setze die Ziffer, welche anzeigt, wie oft die höchste Ziffer des Divisors von einer oder zwoen höchsten Ziffern des Dividens abgezogen werden kann, in *c*, zu ihr so viele Nullen, als im Dividend noch Ziffern auf diese folgen, worinn der Divisor enthalten ist, und multiplicire *a* mit *d*. Erhält

a	*b*	*c*
25	187925	7000 *d*
i =	175000	500 *e*
n =	12925	10 *f*
k =	12500	7 *g*
o =	425	7517 *h*
l =	250	
p =	175	D.
m =	175	
	= =	

---

nun ist 6000 + 3000 + 420 + 54 = 9474, und 1000 + 500 + 70 + 9 = 1579: also steckt 6 in 9474 zusammen 1579 mal, oder so oft das 1 in 1579; 4) es steckt endlich (Beysp. D) 25 in 175000 7000 mal, in 12500 500 mal, in 250 10 mal, in 175 7 mal: also in 175000 + 12500 + 250 +

hält man ein Produkt i, welches von b abgezogen werden kann: so zeigt d an, wie oft a in den höchsten Ziffern der Zahl b enthalten ist. Geschieht es aber, daß i zu groß oder zu klein wird, so nehme man im ersten Falle um 1 weniger, und im zweyten Falle um 1 mehr, und verfahre wie zuvor. 3) Eben so verfahre man mit n und den übrigen Theilen o und p, so ist $d + e + f + g$ oder h der gesuchte Quotient. 4) Bleibt am Ende eine Differenz, wovon der Divisor a weder einmal abgezogen werden kann: so ist es ein Zeichen, daß a einigemal ganz, und noch etwas von ihm darüber, welches keinen ganzen Divisor beträgt, in b enthalten ist.

Er=

+ 175 zusammen 7000mal + 500mal + 10mal + 7mal; nun ist 157000 + 12500 + 250 + 175 = 187925 und 7000 + 500 + 10 + 7 = 7517; also steckt 25 in 187925 zusammen 7517mal, oder so oft als 1 in 7517.

Erläut. 6 steckt in 9 1mal (C), und 9 folgen drey Ziffern; also setzt man 1000 in *c*, welches andeutet, daß 6 in 9000 1000 mal steckt, multiplicirt 6 durch 1000, und zieht 6000 von 9474 ab. Eben so verfährt man mit den übrigen Theilen 3474, 474, 54 und erhält $h = 1579$. 25 steckt in 187 (D) 7mal, und 187 folgen drey Ziffern: also setzt man 7000 in *c*, welches andeutet, daß 25 in 187000. 7000 mal steckt. Das Uibrige geschieht, wie im ersten Falle.

Bew. Es steckt (laut Operation) a in i $d$mal, in k $e$mal, in l $f$mal, in m $g$mal, und also in $i+k+l+m$ zusammen $d$mal $+$ $e$mal $+$ $f$mal $+$ $g$mal; nun ist $i+k+l+m=b$, und $d+e+f+g=h$ (15. §.

XII. Ein Schluß ist richtig, 1) wenn man einer gewissen Art Dinge ein Prädikat zu- oder abspricht, ein Ding a zu dieser Art rechnet, und a eben dieses Prädikat zuspricht, wenn man es der Art zuspricht, und abspricht, wenn man es der Art abspricht; 2) wenn man einem Subjekte eines von zwey

wi-

(15. §. 1. K.); also steckt a in b $h$mal oder so oft als 1 in h.

Weil man den Werth der Ziffern aus ihrer Stelle erkennt, so pflegt man die Nullen nicht zu setzen, und in der Operation so, wie in (E) zu sehen ist, vorzugehen. Geschieht es, daß man den Divisor nicht abziehen kann (F): so setzt man im Quotienten eine Nulle, und zu den Ziffern, wovon der Divisor ein- oder mehrmal abgezogen werden soll, die nächste Ziffer, z. B. 5 zu 17, und verfährt wie zu vor.

```
6 | 9474 | 1579
    6
    ---
    34          E.
    30
    ---
     47
     42
     ---
      54
      54
      ---
      = =

25 | 5175 | 207
     50
     ---
     =175       F.
      175
      ---
      = =
```

Drit-

widersprechenden Prädikaten zuspricht, wenn man ihm das andere abspricht, oder abspricht, wenn man ihm das andere zuspricht; 3) wenn man einem von Dingen, die einerley Eigenschaften haben, eine Eigenschaft zuspricht, wenn man sie dem andern zuspricht, und abspricht, wenn man sie dem andern abspricht,

Drittes Kapitel.

1. Eine **Verhältniß** ist die Vergleichung einer Grösse mit einer andern von der nämlichen Art, um zu sehen, wie oft diese in jener steckt. Die Grösse, welche verglichen wird, nennt man das **Vorderglied**, womit die Vergleichung geschieht, das **Hinterglied**, und die Zahl, welche anzeigt, wie oft das Hinterglied im Vordergliede steckt, den **Exponenten**.

Wenn man eine Länge von 6 Zollen mit einer Länge von 3 Zollen auf diese Art vergleicht, so ist die Länge von 6 Zollen das Vorderglied, die Länge von 3 Zollen das Hinterglied, und 2 der Exponent.

2. **Gleiche Verhältnisse** sind, die gleiche Exponenten haben, und ungleiche Ver-

hält-

---

u. d. gl. Er nöthiget den Verstand zum Beyfalle, wenn er richtig ist, und aus ungezweifelten Prämissen besteht, weil man sonst zugeben müßte, daß entweder allen Dingen von einerley Art ein Prädikat zukäme, und einigen davon nicht zukäme; oder daß allen Dingen von einerley Art ein Prädikat nicht

zu

hältnisse, welche ungleiche Exponenten haben. Von ungleichen Verhältnissen heißt diese grösser, deren Exponent grösser ist, und jene kleiner, deren Exponent kleiner ist.

Die Verhältniß, welche 2 zu 1 hat, ist der Verhältniß, welche 6 zu 3 hat, gleich; die Verhältniß, welche 7 zu 1 hat, ist grösser als die Verhältniß, welche 2 zu 1 hat; und die Verhältniß, welche 3 zu 1 hat, ist kleiner als die Verhältniß, welche 5 zu 1 hat.

3. Das Zeichen der Verhältniß, welche *a* zu *b* hat, sey $a:b$, und $a:b = c:d$ bedeute, daß die Verhältniß $a:b$ der Verhältniß $c:d$ gleich ist.

Man pflegt durch $a:b$ gemeiniglich sowohl die Verhältniß, welche *a* zu *b* hat, als den Quotienten, der heraus kömmt, wenn *a* durch *b* dividirt wird, anzudeuten: allein weil dieser von jener unter-

 schie-

---

zukäme, und einigen davon zukäme, u. d. gl., welches eben so viel als einen Widerspruch zulassen hiesse.

XIII. In der Mathematik sind alle Schlüsse richtig, und bestehen aus Prämissen, die entweder Erklärungen, Grundsätze oder Heischesätze, oder erwiesene Säze sind; daher

sind

schieden, und also durch ein besonders Zeichen auszudrücken ist: so habe ich durch $a:b$ die Verhältniß, und durch $\frac{a}{b}$ den Quotienten angedeutet.

4. Der Multiplikator verhält sich zur Einheit, wie das Produkt zu dem Multiplikand.

Ausleg. Es sey c das Produkt, welches herauskömmt, wenn a durch b multipliciret wird; man soll erweisen, daß $b:1=c:a$.

Bew. Es steckt 1 so oft in b, als a in c (4. §. 2. K.), also ist der Exponent von $b:1$ dem Exponenten von $c:a$ gleich (1. §.); daher ist $b:1=c:a$ (2. §.).

5.

---

sind in der Mathematik alle Sätze gewiß. Man kann sich die Sache deutlicher vorstellen, wenn man die Beweise in förmliche Schlußketten auflöst, und sowohl die Schlüsse als Prämissen einzeln prüft. Folgende Beyspiele werden die Sache verständlich machen. I. Beyspiel (4. §. 3. K.). 1) Es

steckt

5. Wenn der Multiplikand und Multiplikator mit + bezeichnet ist: so muß das Produkt mit + bezeichnet werden.

Bew. Es verhält sich der Multiplikator zur Einheit, wie das Produkt zu dem Multiplikand (4. §.); nun ist (laut Bedingung) der Multiplikator und die Einheit mit + bezeichnet; also muß das Produkt mit + bezeichnet werden, wenn der Multiplikand und Multiplikator mit + bezeichnet ist (1. §.).

6. Wenn der Multiplikator mit + und der Multiplikand mit — bezeichnet ist: so muß das Produkt mit — bezeichnet werden.

---

steckt 1 so oft in *b*, als *a* in *c* (4. §. 2. K.); nun ist in diesem Falle die Zahl, welche anzeigt, wie oft 1 in *b* steckt, der Zahl, welche anzeigt, wie oft *a* in *c* steckt, gleich (5. §. 1. K.); also ist die Zahl, welche anzeigt, wie oft 1 in *b* steckt, der Zahl, welche anzeigt, wie oft *a* in *c* steckt, gleich.

2)

Bew. Es verhält sich der Multiplikator zur Einheit, wie das Produkt zu dem Multiplikand (4. §.); nun ist (laut Bedingung) der Multiplikator und die Einheit mit +, und der Multiplikand mit — bezeichnet; also muß das Produkt mit — bezeichnet werden, wenn der Multiplikand mit — und der Multiplikator mit + bezeichnet ist (1. §.).

Die zween letztern Lehrsätze können auch auf folgende Art erwiesen werden: Es ist $+a.+b=+a+a..$, und $-a.+b=-a-a..$ (12. §. 2. K.); nun ist $+a+a..=+c$, und $-a-a..=-c$ (15. §. 1. K.): also ist $+a.+b=+c$, und $-a.+b=-c$ (7. §. 2. K.).

7. **Man kann den Multiplikand mit dem Multiplikator verwechseln, ohne das Produkt zu ändern.**

Aus-

---

2) Es ist die Zahl, welche anzeigt, wie oft 1 in b steckt, der Zahl, welche anzeigt, wie oft a in c steckt, gleich; nun ist die erstere der Exponent von $b:1$, und die letztere der Exponent von $c:a$ (1. §. 3. K.); also ist der Exponent von $b:1$ dem Exponenten von $c:a$ gleich.

3)

Ausleg. Es sey ab das Produkt, welches herauskömmt, wenn a durch b, und ba das Produkt, welches herauskömmt, wenn b durch a multipliciret wird; man soll erweisen, daß $ab = ba$.

Bew. I. Fall. Es sey a so groß als b, so ist $ab = bb$, und $ba = bb$ (14. §. 1. K.); also $ab = ba$ (7. §. 2. K.).

II. Fall. Es sey a grösser als b, so ist $a = b + 1 \ldots$, $ab = (b + 1 \ldots) b = bb + b \ldots$, und $ba = b (b + 1 \ldots) = bb + b \ldots$ (5 §. und 17 §. 2 K.); also $ab = ba$ (7 §. 2 K.).

III. Fall. Es sey a kleiner als b, so ist $a = b - 1 \ldots$, $ab = (b - 1 \ldots) b = bb - b \ldots$, und $ba = b (b - 1 \ldots) = bb - b \ldots$

 (6. §.

---

3) Es ist der Exponent von $b : 1$ dem Exponenten von $c : a$ gleich; nun sind Verhältnisse, welche gleiche Exponenten haben, einander gleich (2. §. 3. K.); also ist die Verhältniß $b : 1$ der Verhältniß $c : a$ gleich, oder der Multiplikator zur Einheit, wie das Produkt zu dem Multiplikand.

4)

(6. §. und 17. §. 2. K.); also $ab = ba$. (7. §. 2. K.).

8. Wenn ein Produkt durch den Multiplikand dividiret wird: so ist der Quotient dem Multiplikator gleich.

Ausleg. Es sey alles wie (4. §.); man soll erweisen, daß $\frac{c}{a} = b$.

Bew. Es steckt a so oft in c, als 1 in b (4. §. 2. K.); nun steckt 1 $b$mal in b; also steckt a $b$mal in c, oder $\frac{c}{a}$ ist $=b$ (6. §. 2. K.).

9. Wenn ein Produkt durch den Multiplikator dividirt wird: so ist der Quotient dem Multiplikand gleich.

Bew.

4) Es ist der Multiplikator zur Einheit, wie das Produkt zu dem Multiplikand; nun ist unter den (5 und 6 §. 3. K.) angenommenen Bedingungen der Multiplikator und die Einheit mit einerley Zeichen bezeichnet; also muß auch das Produkt und der Multiplikand mit einerley Zeichen bezeichnet werden.

5)

Bew. Wenn ein Produkt durch den Multiplikand dividirt wird: so ist der Quotient dem Multiplikator gleich (8. §.); nun kann man den Multiplikand als den Multiplikator, und den Multiplikator als den Multiplikand betrachten (7. §.); also, u. s. w.

Viertes Kapitel.

1. Eine ebene Fläche oder Ebene ist eine Fläche, worauf sich von jedem Punkte zu jedem Punkte eine gerade Linie ziehen läßt, und eine krumme Fläche, worauf sich nicht von jedem Punkte zu jedem Punkte eine gerade Linie ziehen läßt.

Die Oberfläche des ruhenden Wassers ist ein sinnliches Bild einer ebenen, und die Oberfläche eines Eyes ein sinnliches Bild einer krummen Fläche.

2.

---

5) Es muß unter den (5 und 6 §. 3. K.) angenommenen Bedingungen das Produkt und der Multiplikand mit einerley Zeichen bezeichnet werden; nun ist der Multiplikand im ersten Falle mit +, und im zweyten Falle mit — bezeichnet; also muß das Produkt mit + bezeichnet werden, wenn beyde Faktorn

2. Man benenne eine Linie mit zweenen (3. fig.), und eine Fläche mit so vielen Buchstaben, als sie Krümmungen hat (18. fig.).

Oft pflegt man Kürze halber auch Linien (4. fig.) und Flächen (27 fig.) mit einem Buchstaben zu benennen.

3. Linien und Flächen decken sich, wenn sie so übereinander gelegt werden können, daß sie einerley Schranken haben.

4. Ein ebener Winkel ist eine Neigung zwoer geraden Linien *ab*, *bc* (6. fig.) die in einem Punkte *b* zusammen kommen. Die geraden Linien *ab*, *bc* nennt man die Schenkel, und den Punkt *b* den Scheitel des Winkels.

5.

---

torn mit + bezeichnet sind, und mit —, wenn der Multiplikand mit —, und der Multiplikator mit + bezeichnet ist u. s. w. Die erste Prämisse des ersten Schlusses ist die Erklärung der Multiplikation, deren Möglichkeit (12. §. 2. K.) gezeigt wird, die zweyte ein Grundsatz, weil man ihre Richtigkeit erkennen

5. **Man benenne einen Winkel mit dreyen Buchstaben** *abc* **oder** *cba*, **und setze diesen davon in die Mitte, der bey dem Scheitel steht.**

Man pflegt Kürze halber einen Winkel auch mit einem Buchstaben zu benennen; man muß ihn aber in dem Falle, wo mehrere Winkel einen gemeinschaftlichen Scheitel haben, zwischen die Schenkel setzen (7 fig.), wo man ihn in dem Falle, wo nur ein Winkel vorhanden ist, zu dem Scheitel des Winkels setzt (6 fig.).

6. Ein **Nebenwinkel** *m* (7. fig.) entsteht, wenn ein Schenkel *cb* eines Winkels *n* in *a* verlängert wird, und ein **Scheitelwinkel** *y* (14. fig.), wenn beyde Schenkel *am*, *cm* eines Winkels *x* in *b* und *d* verlängert werden.

7.

---

nen kann, wenn man einen Begriff von gleichen Dingen hat (5. §. 1. K.), und der Schluß richtig (XII. 1); also ist die Folge des ersten Schlusses gewiß. Die erste Prämisse des zweyten Schlusses ist die Folge des ersten, deren Richtigklit erwiesen ist, die zweyte die Erklärung des Exponenten, dessen

Mög-

7. Ein rechter Winkel *x* (8 fig.) ist, der seinem Nebenwickel *v* gleich ist, und ein schiefer Winkel *n* (7. fig.) der seinem Nebenwinkel *m* nicht gleich ist. Ein schiefer Winkel *m*, der grösser ist als ein Rechter, heißt ein stumpfer, und ein schiefer Winkel *n*, der kleiner ist als ein rechter, ein spitziger Winkel.

8. Eine Peripherie ist eine krumme in sich zurücklaufende Linie *aigdbfe* (9. fig.), deren jeder Punkt von einem dazwischen liegenden Punkte *c*, den man den Mittelpunkt nennt, gleich weit entfernet ist. Ein Theil der Peripherie z. B. *gd*, heißt ein Bogen, eine gerade Linie *ef*, die von

---

Möglichkeit aus (13. §. 2. K.) erhellt, und der Schluß richtig (XII. 1); also ist die Folge des zweyten Schlusses gewiß. Die erste Prämisse des dritten Schlusses ist die Folge des zweyten, die zweyte die Erklärung der gleichen Verhältnisse, deren Möglichkeit von sich selbst in die Augen fällt, und der Schluß rich-

von einem Punkte der Peripherie zu einem andern gezogen wird, eine Senne, eine Senne *ab*, welche durch den Mittelpunkt geht, der **Durchmesser** oder **Diameter**, und eine gerade Linie *cd*, die vom Mittelpunkte zur Peripherie gezogen wird, ein **Halbmesser**. Ein Theil des Zirkels, z. B. *gcd*, der von zweenen Halbmessern *gc*, *cd* und einem Bogen *gd* eingeschlossen wird, heißt ein **Ausschnitt** oder **Sektor des Zirkels**.

9. **Aus einem gegebenen Punkte mit einem gegebenen Halbmesser eine Peripherie, und über eine gegebene gerade Linie einen Bogen beschreiben.**

10.

---

richtig (XII. 1); also ist die Folge des dritten Schlusses gewiß. Die erste Prämisse des vierten Schlusses ist die Folge des dritten, die zweyte eine Bedingung, deren Möglichkeit man ohne Beweis erkennt, und der Schluß richtig (XII. 3.); also ist die Folge des vierten Schlusses gewiß. u. s. w. Wenn man

10. Durch zween gegebene Punkte eine gerade Linie ziehen, und sie nach Belieben verlängern.

11. Alle Halbmesser des nämlichen Zirkels sind einander gleich.

12. Linien und Flächen, die sich decken, sind einander gleich.

13. Wenn eine gerade Linie *ab* (3. fig.) einer andern *c d* gleich ist, und so auf *cd* gelegt wird, daß *a* auf *c*, und *m* auf *n* fällt; so fällt *b* auf *d*.

Bew. Unter den angenommenen Bedingungen liegt *b* auf *c d*, und kann weder gegen *f* noch gegen *n* fallen, weil *ab* im ersten Falle länger und im zweyten Fal-

---

man viele Beweise auf diese Art zergliedert und prüft, so lernt man viele Sätze sowohl für sich als in ihren Zusammenhange gründlich einsehen (X), und erlangt eher eine Fertigkeit darinn, wenn man diese Uibung mündlich und schriftlich unternimmt, als wenn man sie bloß in Gedanken anstellt. Die schrift-

Falle kürzer wäre als *cd*; daher fällt *b* unter den angenommenen Bedingungen auf *d*.

14. Der Diameter theilt die Peripherie in zween gleiche Theile.

Ausleg. Es sey *ambn* (10. fig.) eine Peripherie, und *ab* ein Diameter; man soll erweisen, daß *amb* = *bna*.

Bew. Man denke, *amb* werde so auf *anb* gelegt, daß die Punkte *a* und *b* unverrückt bleiben; so fällt jeder Punkt von *amb* auf einen Punkt von *anb* (11. und 13. §.), und *anb* wird von *amb* gedeckt (3. §.); daher ist *amb* = *bna*. (12. §.).

Da=

---

schriftlichen Uibungen von dieser Art sind darum sehr nützlich, weil man dadurch zugleich eine Fertigkeit, die Gedanken ordentlich und gründlich zu Papiere zu bringen, erlangt. II. Beyspiel (3. §. 5. K.). 1) Dinge, die auf einerley Art bestimmt werden, können weder durch das Gegebene, noch durch

die

Daher ist *amb* oder *anb* der Hälfte der zugehörigen Peripherie gleich.

15. **Ein Bogen *amb* (11. fig.), der über eine gerade Linie *ab* beschrieben wird, ist der Hälfte der zugehörigen Peripherie gleich.**

Bew. Man denke, die Peripherie sey ergänzt, so ist *ab* der Durchmesser (8. §.); also ist *amb* der Hälfte der zugehörigen Peripherie gleich (14. §.).

Fünftes Kapitel.

1. Aehnliche Dinge sind, die alles einerley haben, wodurch sie von einander unterschieden werden sollen, und unähnliche

---

die Entstehungsart von einander unterschieden werden (2. §. 5. K.); nun sind solche Dinge ähnlich (1. §. 5. K.); also sind die Dinge, die auf einerley Art bestimmt werden, ähnlich.

2. Dinge, die auf einerley Art bestimmt werden, sind ähnlich; nun werden zween Sektorn

liche Dinge, die dasjenige verschieden haben, wodurch sie von einander unterschieden werden sollen.

2. **Dinge werden auf einerley Art bestimmt,** wenn das Gegebene ähnlich und die Entstehungsart einerley ist, und **auf verschiedene Art,** wenn beydes, oder eines aus beyden verschieden ist.

3. **Dinge, die auf einerley Art bestimmt werden, sind ähnlich.**

Bew. Dinge, die auf einerley Art bestimmt werden, können weder durch das Gegebene noch durch die Entstehungsart von einander unterschieden werden (2 §.): also

---

torn *gcd*, *dcb* (9. fig.), welche auf die (5. §. 5. K.) beschriebene Art entstehen, auf einerley Art bestimmt (2. §. 5. K.); also sind die Sektorn *gcd*, *dcb*, welche auf die (5. §. 5. K.) beschriebene Art entstehen, ähnlich.

3) Die Sektorn *gcd*, *dcb*, welche auf die (5. §. 5. K.) beschriebene Art entstehen, sind

 ähn-

also sind die Dinge, die auf einerley Art bestimmt werden, ähnlich (1. §.).

Weil man sich vorstellen kann, daß eine gerade Linie entsteht, wenn ein Punkt nach einerley Richtung bewegt wird (3. §. 1. K.), und alle Punkte einander ähnlich sind: so werden alle gerade Linien auf einerley Art bestimmt. Daher sind alle gerade Linien einander ähnlich.

4. In ähnlichen Ebenen sind die gleichnamigen Winkel, und die Verhältnisse der gleichnamigen Seiten gleich.

Bew. Aehnliche Ebenen haben alles einerley, wodurch sie von einander unterschieden werden (1. §.); nun unterscheidet man die Ebenen durch die gleichnamigen Winkel und Verhältnisse der gleichnamigen

---

ähnlich; nun sind in ähnliche Ebenen die gleichnamigen Winkel gleich (4. §. 5. K.); also haben die Sektorn *gcd*, *dcb* die Winkel *n* und *m* gleich.

4) Die Sektorn *gcd*, *dcb* haben die Winkel *n* und *m* gleich; nun sind *n* und *m* Winkel, die gleichen Bögen von der nämlichen Peri-

namigen Seiten; also sind in ähnlichen Ebenen die Gleichnamigen Winkel und der Verhältnisse der gleichnamigen Seiten gleich.

5. Die Winkel *n* **und** *m* **(9. fig.), welche gleiche Bögen** *gd, bd* **von der nämlichen Peripherie entgegengesetzt sind, sind einander gleich.**

Bew. Die Sektorn *gcd, dcb* entstehen, da die geraden Linien *gc* und *cd* um den Punkt *c* bewegt werden, bis die Punkte *g* und *d* gleiche Bögen *gd, db* beschrieben haben; daher sind die Sektorn *gcd, dcb* ähnliche Ebenen (3. §.): nun haben ähnliche Ebenen die gleichnamigen Winkel gleich (4. §.): also ist $n = m$.

---

ripherie entgegengesetzt sind; also sind die Winkel, welche gleichen Bögen von der nämlichen Peripherie entgegengesetzt sind, einander gleich.

5) Winkel, welche gleichen Bögen von der nämlichen Peripherie entgegengesetzt sind, sind einander gleich; nun sind die Bögen *db*, *bc* (12. fig.) einander gleich, wenn *bc* ein

Weil x dem Bogen ig entgegengesetzt ist, so ist $x+n$ oder icd einem grössern Bogen id entgegengesetzt als n: nun ist icd grösser, als n; also ist der Winkel icd, der einem grössern Bogen id entgegengesetzt ist, grösser als der Winkel n, der einem kleinern Bogen gd entgegengesetzt ist.

6. Ein Winkel x (12. fig.), der einem Viertel der Peripherie cb entgegengesetzt ist, ist ein Rechter.

Bew. Man verlängere ca in d, und beschreibe db, so ist $cb = bd$ (15. §. 4. K.); also $x = v$ (5. §.), folglich ein Rechter (7. §. 4. K.).

Daher ist die Summe zweener Winkel, die einer halben Peripherie entgegengesetzt ist, der Summe zweener Rechten gleich.

Viertel der Peripherie ist (15. §. 4. K.); also ist der Winkel x seinem Nebenwinkel v gleich.

6) Der Winkel x ist seinem Nebenwinkel v gleich; nun ist der Winkel, der seinem Nebenwinkel gleich ist, ein Rechter (7. §. 4. K.); also ist x ein Rechter.

7. Die Summe zweener Nebenwinkel n und m (13. fig.) ist der Summe zweener Rechten gleich.

Bew. Man beschreibe aus c den Bogen adb, so ist m dem Bogen ad, und n dem Bogen db, und also $m+n$ $ad+db$ oder der halben Peripherie entgegengesetzt (14. §. 4. K.): daher ist $n+m$ der Summe zweener Rechten gleich (6. §.).

Also ist die Summe der Winkel x, m, y, v, (14. fig.) die auf einer Ebene um einen gemeinschaftlichen Punkt liegen, der Summe vierer Rechten gleich.

8. Die Scheitelwinkel x und y (14. fig.) sind einander gleich.

Bew. Es ist sowohl $x+m$ als $m+y$ der Summe zweener Rechten gleich (7. §.): also ist $x+m=m+y$ (7. §. 2. K.): daher $x=y$ (9. §. 2. K.).

 Sech-

---

7) Der Winkel x ist ein Rechter; nun ist x einem Viertel der Peripherie entgegengesetzt; also ist der Winkel, der einem Viertel der Peripherie entgegengesetzt ist ein Rechter.

8) Ein Winkel, der einem Viertel der Peripherie entgegengesetzt ist, ist ein Rechter; nun

Sechstes Kapitel.

1. Ein Dreyek ist eine Ebene *abc* (18. fig.), die von dreyen geraden Linien *ab*, *bc*, *ac* eingeschlossen ist, und heißt gleichseitig, wenn alle drey Seiten gleich sind (27. fig.), gleichschenklicht, wenn zwo Seiten gleich sind (18. fig.), und ungleichseitig, wenn keine Seite der andern gleich ist (17. fig.).

2. **Unter sich gleichseitige** △ △ *abc*, *def* (17. fig.) sind, worinn $ab = de$, $bc = ef$ und $ac = df$.

3. **Wenn eine gerade Linie** *cd* (3. fig.) **einer andern geraden Linie** *ab* **gleich ist, und so auf** *ab* **gelegt wird, daß** *c* **auf** *a*, **und** *n* **auf** *m* **fällt, so wird** *ab* **von** *cd* **gedeckt.**

Bew.

---

nun ist die halbe Peripherie zwey Viertel der Peripherie; also ist der Summe der Winkel, die einer halben Peripherie entgegengesetzt ist, der Summe zweener Rechten gleich.

9) Die Summe der Winkel, welche einer halben Peripherie entgegengesetzt ist, ist

der

Bew. Unter den angenommenen Bedingungen fällt *d* auf *b* (13. §. K. 4.), und fielen die dazwischen liegenden Punkte von *cd* nicht auf *ab*, so würden sie nicht nach einerley Strecke, und folglich in keiner geraden Linie liegen.

4. Wenn zween Winkel *bac*, *edf* (15. fig.) einander gleich sind, und so übereinander gelegt werden, daß *d* auf *a* und *ed* auf *ab* fällt, so fällt *df* auf *ca*.

Bew. Fiele *df* unter den angenommenen Bedingungen nicht auf *ca*, so fiele *df* entweder gegen *h* oder gegen *g*: nun wäre *edf* im ersten Falle grösser, und im zweyten Falle kleiner als *bac* (5. §. 5. K.); also fällt *df* unter den angenommenen Bedingungen auf *ca*.

---

der Summe zweener Rechten gleich; nun ist $n+m$ (13. fig.) oder die Summe zweener Nebenwinkel einer halben Peripherie entgegengesetzt (15. §. 4. K.); also ist $n+m$ oder die Summe zweener Nebenwinkel der Summe zweener Rechten gleich u. s. w.

5. Wenn zween Winkel *e* und *c* (16. fig.) so übereinander gelegt werden können, daß *e* auf *c*, *de* auf *ac*, und *fe* auf *bc* fällt; so sind die Bögen *df* und *ab*, welche mit gleichen Halbmessern aus *e* und *c* beschrieben werden, einander gleich.

Bew: Unter den angenommenen Bedingungen fällt jeder Punkt von *fd* so auf einen Punkt von *ab* (13. §. 4. K.), daß kein Punkt in *ab* anzutreffen ist, der nicht von einem Punkte des Bogens *df* gedeckt würde; daher wird *ab* von *fd* gedeckt (3. §. 4. K.), und *ab* ist $\doteq$ *fd* (12. §. 4. K.).

6. Zween Winkel *c* und *e*, die so über einander liegen können, daß *e* auf *c*,

ed

XIV. Aus diesen Beyspielen kann man deutlich sehen, wie der menschliche Geist denkt, wenn er durch Schlüsse zur Gewißheit gelangt. Er ist nämlich beflissen, ausführliche Begriffe von Dingen zu erlangen, sieht Wahrheiten, die man Grundsätze oder Heischesätze nennt, ohne Beweis ein, bringt aus

die-

ed auf ac, und fe auf bc fällt, sind einander gleich.

Bew. Man beschreibe mit einerley Halbmesser aus e und c zween Bögen ab, df, so ist $ab = df$ (5 §.), daher $c = e$ (5. §. 5. K.).

7. In Ebenen abc, def (17. fig.), die sich decken, ist alles gleich; das ist $ab = de$, $bc = ef$, $ac = df$, $a = d$, $b = e$, $c = f$, und $\triangle\, abc = \triangle\, def$.

Bew. Ebenen die sich decken, können so übereinander gelegt werden, daß sie einerley Schranken haben (3. §. 4. K.); daher kann a auf d, c auf f, und b auf e fallen, und also de von ab, ef von bc, und df von ac gedeckt werden; nun ist in

---

diesen oder richtigen Erfahrungen mittelst richtiger Schlüsse die ersten Lehrsätze und Aufgaben heraus, schließt aus diesen auf die nämliche Art nächst höhere, bringt aus den nächst höheren wieder nächst höhere heraus, u. s. w. Die Art, Wahrheiten auf diese Art darzuthun oder zu erfinden, heißt man die scien-

diesem Falle $ab = de$, $bc = ef$, $ac = df$ (12. §. 4. K.), $a = d$, $b = e$, $c = f$ (6. §.), und $\triangle\, abc = \triangle\, def$ (12. §. 4. K.); also haben Ebenen, die sich decken, alles gleich.

8. In $\triangle\triangle\, abc$, def, worinn zwo Seiten ab, bc mit dem eingeschlossenen Winkel b in einem so groß sind, als zwo Seiten de, ef mit dem eingeschlossenen Winkel e in dem andern, ist alles Uibrige gleich, das ist; $ac = df$, $a = d$, $c = f$, und $\triangle\, abc = \triangle\, def$.

Bew. Man denke, $\triangle\, abc$ liege so auf $\triangle\, def$; daß b auf e, und m auf n fällt, so fällt a auf d (13. §. K. 4.), und de wird von ab gedeckt (3. §.). Es fällt fer-

---

scientivische Lehrart. Man pflegt sie auch die mathematische, geometrische oder euklidische Lehrart zu nennen, weil sie in der Mathematik genau angebracht wird, und vorzüglich aus der Geometrie des Euklids erlernt werden kann. Das Letztere ist die Ursache, warum sich jeder, der ein Geleh-

ferner *bc* auf *ef* (4. §.), *c* auf *f* (13. §. 4. K.), also wird so wohl *ef* von *bc* als *df* von *ac* gedeckt (3. §.); daher wird △*def* von △*abc* gedeckt (3. §. 4. K.); nun haben Ebenen, die sich decken, alles gleich (7. §.); also ist *ac* = *df*, *a* = *d*, *c* = *f*, und △*abc* = △*def*.

9. **In einem gleichschenklichten △ *abc* (18. fig.) sind die Winkel *a* und *c*, welche den gleichen Seiten *ab*, *bc* entgegengesezt sind, einander gleich.**

Bew. Man denke *bm*, welche *abc* in zween gleiche Winkel *x* und *y* theilt; so sind im △ *abm* zwo Seiten *ab*, *bm* mit dem eingeschlossenen Winkel *x* zwoen Seiten *mb*, *bc* mit dem eingeschlossenen Winkel

lehrter zu werden gedenkt, eine Zeitlang in euklidischen Beweisen üben soll. Die Alten thaten es vor der Philosophie, und sind nachzuahmen, weil es nöthig ist, eher richtig denken, als Gebrauch vom richtigen Denken machen zu lernen.

kel y im △ abc gleich; nun ist in solchen △△ alles Übrige gleich (8. §.); daher ist $a=c$.

10. In unter sich gleichseitigen △△ abc, def (17. fig.) sind die Winkel, welche gleichen Seiten entgegengesezt sind, einander gleich, das ist: $a=d$, $b=e$ und $c=f$, wenn $ab=de$, $bc=ef$, und $ac=df$.

Bew. Man denke, △ def (19. fig.) hänge so an △ abc, daß d auf a, und f auf c fällt (13. §. 4. K.), und ziehe be, so ist $x=y$, $v=o$ (9. §.), und also $x+v=y+o$ (8. §. 2. K.); nun ist $x+v=abc$, und $y+o=def$ (15. §. 1. K.); also ist $def=abc$. Eben so wird erwiesen, daß

a

XV. Das Wesentliche der scientivischen Lehrart besteht in der Gewißheit der Prämissen und Richtigkeit der Schlüsse; daher kann man die scientivische Lehrart auch durch die Art, Wahrheiten aus ungezweifelten Gründen durch Schlüsse, deren

Rich=

$a = d$ (17. fig.) und $c = f$, wenn man △ def so an △ abc hängt, daß im ersten Falle (20. fig.) f auf c, und e auf b; und im zweyten Falle (21. fig.) d auf a, und e auf b fällt. Denn es ist im ersten Falle (20. fig.) $cad = fda$, $x = y$; im zweyten Falle (21. fig.) $acf = dfc$, $x = y$ (9. §.), also im ersten Falle $cab = fdb$, und im zweyten Falle $acb = dfb$ (9. §. 2. K.) oder in beyden Fällen $o = v$.

Siebentes Kapitel.

1. Eine gerade Linie cd (8. fig.) steht auf einer andern geraden Linie bc senkrecht, wenn sie mit bc einen rechten Winkel

---

Richtigkeit den Verstand zum Beyfalle zwingt, darzuthun erklären (Kästn.) Man nennt sie die analytische Lehrart, wenn man daraus erkennen kann, wie die Sätze, oder ihre Beweise haben können erfunden werden (6. K.), und die synthetische wenn

kel macht, und schief (7. fig.), wenn sie mit *bc* einen schiefen Winkel macht.

2. Eine Linie *ef* (22. fig.) schneidet eine andere *ab* in *c* durch, wenn ein Punkt derselben z. B. *a* vor *c*, und ein Punkt derselben, z. B. *b* nach *c* zu liegen kömmt.

3. **Wenn eine Linie *ef* eine andere *ab* in *c* durchschneidet, so haben beyde den einzigen Punkt *c* gemein.**

Bew. Könnten beyde mehrere Punkte als *c*, z. B. *c* und *m*, gemein haben, so müßte *m* von *c* entfernt seyn, und *ef* eine Breite haben können, welches dem Begriffe einer Linie widerspricht.

4.

---

wenn man nicht daraus erkennen kann, wie die Sätze oder ihre Beweise haben können erfunden werden.

XVI. Wer sich in mathematischen Beweisen übt, und beflissen ist, alles, was er thut, gründlich einzusehen, der kann die wichtigsten Regeln, Sätze zu erweisen, eben

so

4. Aus einem gegebenen Punkte c (23. fig.) eine Senkrechte auf eine gegebene Gerade *ab* aufrichten.

Aufl. Man mache mittelst des Zirkels $cm = cn$, und beschreibe mit einerley Halbmesser aus m und n die Bögen gh, ik, die sich in d durchschneiden, so ist cd die verlangte Senkrechte.

Bew. Weil $cm = cn$, $md = nd$ (laut Auflösung), und $dc = dc$, so ist $x = y$ (10. §. 6. K.) oder x ein Rechter (7. §. 4. K.); daher cd senkrecht auf ab (1. §.).

5. Eine gegebene gerade Linie *ab* (24. fig.) in zween gleiche Theile theilen.

Aufl.

---

so von mathematischen Beweisen, wie die vornehmsten Eigenschaften einer Erklärung (III.) von mathematischen Erklärungen abziehen. Aus den Beweisen, welche in gegenwärtiger Anleitung enthalten sind, lassen sich folgende am leichtesten einsehen. 1) Im Beweise eines Lehrsatzes müssen alle Bedin-

Aufl. Man beschreibe mit einerley Halbmesser aus *a* und *b* die Bögen *ik*, *mn*, die sich in *d*, und die Bögen *qr*, *st*, die sich in *p* durchschneiden, so theilt *dp* die gegebene gerade Linie *ab* in zween gleiche Theile *ac*, *ab*.

Bew. Weil $ad = db$, $ap = pb$ (laut Auflösung) und $dp = dp$; so ist $y = x$ (10 §. 6. K.). Da ferner in den △△ *adc*, *cdb*; $ad = db$, $dc = dc$ und $y = x$, so ist $ac = cb$ (8. §. 6. K.).

6. **Aus einem gegebenen Punkte *d* (26. fig.) eine Senkrechte auf *ab* herablassen.**

Aufl.

---

dingungen der Aussage (8. §. 6. K.), 2) im Beweise einer Aufgabe alle Regeln der Auflösung (5. §. 7. K.), und 3) in beyden alle Bedingungen, die man in der Vorbereitung zum Beweise setzt (9. §. 6. K.), als Prämissen vorkommen. 4) Man darf keinen Satz zu einer Prämisse machen, von

des-

Aufl. Man beschreibe aus *d* einen Bogen *pnq*, der *ab* in *p* und *q* durchschneidet, und theile *pq* nach (5. §.) in zween gleiche Theile *pc*, *cq*, so steht *dc* senkrech auf *ab*.

Bew. Weil $pd = dq$, $pc = cq$ (laut Auflösung), und $dc = dc$: so ist der Beweis mit dem Beweise, der (4. §.) gegeben wird, einerley.

7. **Ein gleichschenklichtes △ *abc* (18. fig.) in zween gleiche Theile theilen.**

Aufl. Man theile *ac* nach (5. §.) in zween gleiche Theile *am*, *mc*, so theilt *bm* das △ *abc* in zwey gleiche △ △ *abm*, *mbc*.

Bew.

---

dessen Richtigkeit man vorher nicht überzeugt ist, und 5) nie einen Satz *a* durch *b* erweisen, wenn *b* durch *a* erwiesen wird. 6) Will man Sätze gründlich einsehen lernen, so fängt man von ersten Gründen an, und verfährt wie (XIV). 7) Will man Sätze wiederholen, oder prüfen, so verfährt man ent-

Bew. Es ist $am = mc$ (laut Auflösung) $ab = bc$ (laut Bedingung), und $a = c$ (9. §. 6. K.): also $\triangle amb = \triangle mbc$ (8. §. 6. K.).

8. **Einen gegebenen Winkel** *dae* **(25. fig.) in zween gleiche Theile theilen.**

Aufl. Man mache mittelst des Zirkels $ad = ae$, und beschreibe mit einerley Halbmesser aus *d* und *e* die Bögen *gh*, *ik*, die sich in *m* durchschneiden, so theilt *am* den Winkel *dae* in zween gleiche Theile *x*, und *y*.

Bew. Man ziehe *dm* und *em*, so sind die $\triangle\triangle$ *mda*, *mae* unter sich gleichseitig, weil $da = ae$, $dm = em$ (laut Auflösung), und $am = am$; also ist $x = y$ (10. §. 6 K.).

Wer

---

entweder, wie (XIV.), oder fängt von höhern Sätzen an, beweist die Prämissen durch nächst niedere, und setzt diese Zergliederung so lange fort, bis man auf die ersten Gründe kömmt. 8) Will man endlich Wahrheiten vortragen, so fängt man von ersten Gründen an, verfährt wie (XIV.), und ordnet

die

Wer die bisher aufgelösten Aufgaben mit sinnlichen Bildern von Linien so genau auflösen will, als es die Ausübung erfodert, der muß sich eine Fertigkeit, mit dem Zirkel und Lineal zu zeichnen, erwerben. Zur gegenwärtigen Absicht ist es aber hinlänglich, die blosse Möglichkeit einzusehen, weil der Verstand nicht durch das Zeichnen der Figuren, sondern durch das Nachdenken über die Möglichkeit gebildet wird.

Achtes Kapitel.

1. Entgegengesetzte Grössen sind Grössen von einerley Art, deren eine die andere vermindert oder verzehrt. Eine derselben, die man dafür annimmt, nennt man positiv oder bejahend, und die andere, welche die positive vermindert oder verzehrt, negativ oder verneinend.

---

die Sätze so, wie einer aus dem andern erwiesen werden kann. Dem Letztern ist der Zwang, alles unter gewisse Kapitel zu bringen, oder tabellarisch zu ordnen zuwider. (Wolfs deut. Logik. 22. §. 10. K.).

XVII. Die Regeln, Aufgaben durch eignes Nachdenken aufzulösen, und Wahrheiten

Vorwärts gehen und rückwärts gehen, Schuld und Besitz sind entgegengesetzte Grössen. Nimmt man vorwärts gehen für positiv an, so ist rückwärts gehen negativ, und umgekehrt.

2. Wenn man eine positive Grösse mit + bezeichnet: so muß man die negative mit — bezeichnen, und umgekehrt.

Bew. Die negative Grösse muß die positive vermindern oder verzehren (1. §); daher muß man von zwoen entgegengesetzte Grössen die negative mit — bezeichnen wenn man die positive mit + bezeichnet, und umgekehrt.

Wenn man den Besitz für positiv nimmt: so wird 5 Gulden Besitz und 3 Gulden Schuld durch + 5 fl. — 3 fl. ausgedrückt; + 5 fl. — 5 fl. ist = 0; und — 5 fl. = 0 — 5 fl.

3.

---

durch Schlüsse zu erfinden, sind zu schwer, als daß sie von Anfängern verstanden werden könnten. Man kann aber dem ungeachtet bey der Uibung in ersten Gründen den Weg zur Erfindung einsehen, und einige leichtere Aufgaben durch eignes Nachdenken auf-

lösen

3. Entgegengesezte Grössen, z. B. $+7-2$ oder $-7+2$, addiren.

Aufl. Man ziehe die kleinere von der grössern ab, und bezeichne die Zahl, welche übrig bleibt, mit dem Zeichen der grössern.

Bew. I. Fall. $+7$ ist $=+5+2$ (15. §. 1. K.), daher $+7-2=+5+2-2$ (9. §. 2. K.); nun ist $+2-2=0$ (2. §.); also ist $+7-2=+5$. II. Fall. -7 ist $=-5-2$ (15. §. 1. K.); daher $-7+2=-5-2+2$ (8. §. 2. K.) oder $-7+2=-5$.

Wenn mehr positive und negative Grössen zusammenkommen: so addirt man jede Gattung zusammen, und sieht, was die Summe von beyden beträgt. Z. B. $+5+8-3-2$ ist $=+13-5=+8$.

lösen lernen, wenn man bey jedem Beweise so lang nachdenkt, bis man alles deutlich und gründlich einsieht, wenn man nachforscht, wie die Säze oder ihre Beweise haben können erfunden werden, und sich eine Zeitlang in Aufgaben übt, die von Andern aufgelöst worden sind.

4. Eine Zahl, die aus entgegengesetzten Grössen besteht, von einer andern, z. B. + 5 — 2 von + 10, abziehen.

Aufl. Man verwandle in der Grösse, die abzuziehen ist, + in — und — in +, und mache Addition.

Bew. Wenn + 5 von + 10 abzuziehen wäre, so wäre die Differenz + 10 — 5 (6 §. 2 K.); nun ist + 5 — 2 von + 10 abzuziehen: also ist die Differenz + 10 — 5 um + 2 zu klein; daher ist die Differenz zwischen + 10 und + 5 — 2 = + 10 — 5 + 2.

5. Zwo Grössen, die aus entgegengesetzten zusammengesetzt sind,

z. B.

---

sind. Bey dem Letztern lernt man einsehen, daß man in der Auflösung nach Regeln, von deren Möglichkeit man überzeigt ist, vorgehen, und den Beweis derselben aus den Regeln und dem Gegebenen herleiten müsse (7. §. 7. K.).

z. B. + 5 — 3 und + 4 — 2, durch einander multipliciren.

Aufl. Man beobachte alle Regeln, die (17. §. 2. K.) vorgeschrieben werden; nur setze man im Produkte +, wenn + durch +, —, wenn — durch + oder + durch —, und +, wenn — durch — zu multipliciren ist.

$$\begin{array}{rrr} & +5 & -3 \\ & +4 & -2 \\ \hline & -10 & +6 \\ +20 & -12 & \\ \hline +20 & -22 & +6. \end{array}$$

Bew. Es ist hier nur nöthig, den dritten und vierten Fall zu erweisen, weil der erste und zweyte (5, 6 §. 3. K.) erwiesen ist.

III. Fall. + 5. — 2 ist = — 2. + 5 (7. §. 3. K.); nun ist — 2. + 5 = — 10; (6. §. 3. K.); also ist + 5. — 2 = — 10. (7. §. 2. K.).

XVIII. In der reinen Mathematik fängt man von Erklärungen Grundsätzen und Heischesätzen an, bringt aus diesen mittelst richtiger Schlüsse die ersten Lehrsätze und Aufgaben heraus, schließt aus diesen auf die nämliche Art nächst höhere Sätze u. s. w.; daher kann

IV. Fall. weil $-2 = +0 - 2$ (2. §.) und $-3 \cdot 0 = 0$, so ist 0 oder $-3 \cdot 0$ um $-3 \cdot +2$ oder um -6 zu groß: daher ist $-3 \cdot -2 = 0 + 6$ (4. §.) $= +6$.

6. Von zwoen Grössen, die aus entgegengesezten zusammengesezt sind, eine durch die andere, z. B. $+20 - 22 + 6$, durch $+5 - 3$, dividiren.

Aufl. Man beobachte alle Regeln, die (18. §. 2. K.) vorgeschrieben werden; nur

$$
\begin{array}{r|rrr|l}
+5-3 & +20 & -22 & +6 & +4-2 \\
 & \pm 20 & \mp 12 & & \\
\hline
 & & -10 & +6 & \\
 & & \mp 10 & \pm 6 & \\
\hline
\end{array}
$$

setze man im Quotienten +, wenn + durch + oder − durch −, und −, wenn

—

---

kann man in der reinen Mathematik die Beweise zergliedern, bis man in Begriffen bis auf die ersten Merkmaale, und in Beweisen bis auf Erklärungen Grundsätze und Heischesätze kömmt, oder im ersten Falle den höchsten Grad der Deutlichkeit in Begriffen, und im

zwey=

— durch +, oder + durch — zu dividiren ist.

Bew. I. Fall. +20 ist $= +5 \cdot +4$ (5. §. 3. K.); nun ist $\frac{+5 \cdot +4}{+5} = +4$ (8. §. 3. K.); also ist $\frac{+20}{+5} = +4$.

II. Fall. —20 ist $= -5 \cdot +4$ (6. §. 3 K.); nun ist $\frac{-5 \cdot +4}{-5} = +4$ (8. §. 3. K.); also ist $\frac{-20}{-5} = +4$.

III. Fall. Es ist $-10 = +5 \cdot -2$ (5. §.): nun ist $\frac{+5 \cdot -2}{+5} = -2$ (8. §. 3. K.); also ist $\frac{-10}{+5} = -2$.

IV.

---

zweyten Falle den höchsten Grad der Gründlichkeit in Beweisen erreichen.

XIX. Es kann also in der reinen Mathematik der Verstand rein und die Vernunft lauter werden (11. §. Vorb.), und sowohl diese als jener zu einem Grad der Vollkommen-

men-

IV. Fall. Es ist $+10 = -5 \cdot -2$ (5. §.); nun ist $\frac{-5 \cdot -2}{-5} = -2$ (8. §. 3. K.); also ist $\frac{+10}{-5} = -2$.

7. **Untersuchen, ob sich jede gegebene Zahl Kreuzer mit lauter Siebnern und Siebenzehnern bezahlen läßt.**

Aufl. und Bew. Wenn die gegebene Zahl Kreuzer mit 24 aufgeht (A), oder eine

A 24	720	30 Sieb. + 30 Siebenz.
B 24	734 72	30 Sieb. + 30 Siebenz.
7	14	2 Sieb. =
		32 Sieb. + 30 Siebenz.

Dif-

---

menheit gelangen, den man durch die Uibung in andern Wissenschaften nicht erreichen kann, weil man in andern Wissenschaften am Ende bey sinnlichen Begriffen, richtigen Erfahrungen, und ungezweifelter Autorität stehen bleiben muß, und nicht so viele Schlüsse

mit

Differenz läßt, die mit 7 aufgeht (B), so ist es möglich, weil 1 Siebner + ein Siebenzehner so oft dazu nöthig ist, als 24 in der gegebenen Zahl enthalten ist. Bleibt aber eine Differenz übrig, die nicht mit 7 aufgeht (C), so nimmt man statt der

	24	743	+ 30 Sieb. + 30 Siebenz.
C	7	+ 23	+ 9 Sieb. =
		± 63	+ 4 Sieb. — 4 Siebenz.
		— 40	+ 43 Sieb. + 26 Siebenz.

Differenz so viel Siebner, die in Kreuzer verwandelt einerley Einer mit der Differenz haben, damit lauter negative Zehner übrig bleiben, und setzt statt eines negativen Zehners — 1 Siebenzehner + 1 Siebner; also u. s. w.

---

mit einander verbindet, als in der Mathematik zu geschehen pflegt. Dieß ist die Ursache, warum die Mathematik von den größten Männern als das beßte Mittel, den Verstand zu bilden, angepriesen wird.

Druckfehler.

Statt	Begeiff	Seite	7	setze man	Begriff
..	zweyer	.. ..	8	.. ..	zweener
..	Größe	.. ..	14	.. ..	Grösse
..	Verzeichniße	..	22	.. ..	Verzeichnisse
..	drey Ziffern	..	26	.. ..	dreyen Ziffern
..	vom Gleichem	..	29	.. ..	von Gleichem
..	von zwey	..	48	.. ..	von zweyen
..	1) wenn	..	43	.. ..	1) Wenn
..	in ähnliche Ebenen	.. ..	66	.. ..	in ähnlichen Ebenen
..	der Verhältnisse		67	.. ..	die Verhältnisse
..	gleiche Bögen		67	.. ..	gleichen Bögen

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Bartl, Franz Konrad,

Praktische Anleitung zur Bildung des Verstandes

Wien 1785

Math.u. 13 m
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10593686-7
VD18 14642212-001